

合 肥 工 业 大 学 试 卷 (A)

共 1 页第 1 页

2021~2022 学年第 二 学期 课程代码 034Y01 课程名称 数学(下) 学分 5 课程性质: 必修 选修 限修 考试形式: 开卷 闭卷
 专业班级(教学班) 少数民族预科班 考试日期 2022 年 2 月 29 日 8:00-10:00 命题教师 集体 系(所或教研室)主任审批签名 _____

一、填空题(每题 3 分, 共 18 分)

- 如果 $f(x) > 0$ 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} [1 + f(x)]^{1/f(x)} =$ _____.
- 设 $y = \sin(x^2 + 1)$, 则 $dy =$ _____.
- 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 - 1} + \frac{2}{n^2 - 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 - n} \right) =$ _____.
- 曲线 $y = 2 \ln(x + 1)$ 在点 $(1, 2 \ln 2)$ 处的切线方程为 _____.
- 若 $e^{y-1} = 1 + xy$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ _____.
- 如果函数 $f(x)$ 的定义域是 $(0, +\infty)$, 且 $x = 0$ 是曲线 $y = f(x)$ 的垂直渐近线, 那么 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{f(x)} =$ _____.

二、选择题(每题 3 分, 共 18 分)

- 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, $\frac{1}{x}$ 和 () 是等价无穷小.
 A. $\sin \frac{1}{x}$ B. $\sin x$ C. e^{-x} D. $e^{1/x}$
- 若当 $x \rightarrow 0$ 时, $\arctan(e^x - 1) \cdot (\cos x - 1)$ 和 x^n 是同阶无穷小, 则 $n =$ ().
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 设 $f(x) = \arctan \frac{1}{x(x-1)^2}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ().
 A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 第二类间断点 D. 连续点
- 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数, 且 $f'(x)$ 的图像如下图所示, 则 $f(x)$ 有 ().
 A. 一个极大值点, 没有极小值点
 B. 没有极大值点, 一个极小值点
 C. 一个极大值点和一个极小值点
 D. 一个极大值点和两个极小值点

- 设函数 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处可导, 且 $f(0) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^{2022}) + x^{2021} f(x)}{x^{2022}} =$ ().
 A. 0 B. $f'(0)$ C. $2f'(0)$ D. $2022f'(0)$
- 如果点 (x_0, y_0) 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点, 则 $f''(x_0) =$ ().
 A. 0 B. ∞ C. 不存在 D. 0 或不存在

三、解答题(每题 8 分, 共 64 分)

- 求极限 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$.
- 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\arcsin x^2}$.
- 设 $\begin{cases} x = t^2 + t \\ y = t^3 + t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$.
- 设 $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x}, & x < 0, \\ x^2 + ax + b, & x \geq 0. \end{cases}$ 求常数 a, b 使得函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 并求出此时曲线 $y = f(x)$ 的渐近线.
- 求函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值和最小值.
- 证明: 当 $-\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < \frac{\pi}{2}$ 时, $\tan x_2 - \tan x_1 \geq x_2 - x_1$.
- 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $f(1) = 0$. 证明: 存在 $\xi \in (0, 1)$ 使得 $\xi f'(\xi) + 2022f(\xi) = 0$.
- 设函数 $f(x) = \ln x + \frac{2}{x^2}, x \in (0, +\infty)$.
 (1) 函数 $f(x)$ 的增减区间及极值;
 (2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间及拐点.